مدل‌سازی دینامیکی و تحلیل مکانیزم جدید کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای محورهای دوّار *

خدیجه فرجی مهیاری[۱]	علی جعفری[۲]	سیدسعید محتسبی[۳]	علی حاجی‌احمد[٤]

چکیده *مکانیزم جدید کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای محورهای دوّار، در واقع طرح یک سامانهٔ انتقال توان کامل می‌باشد. این سامانه می‌تواند برای مقادیر مختلف سرعت‌های زاویه‌ای ورودی به آن، سرعت خروجی تقریباً ثابت تولید نماید و به‌عنوان رابطی مناسب، بین محور توان‌دهی تراکتور و ماشین‌های کشاورزی به‌کار گرفته شود. این سامانه کاملاً مکانیکی می‌باشد. در این پژوهش، با استخراج معادلات نیرو، گشتاور و توان، عملکرد مکانیزم مدل‌سازی می‌شود. معادلات حاکم بر حرکت این مکانیزم از نوع معادلات دینامیکی غیرهولونومیک و به‌صورت معادلات دیفرانسیل- جبری با اندیس سه می‌باشد. نتایج مدل‌سازی نشان می‌دهد که با تغییر سرعت ورودی به سامانه در بازهٔ ۳۰-٪ الی ۵۰٪ ، میزان خطا در سرعت خروجی کمتر از ۱۰٪ می‌باشد.*

واژه‌های کلیدی سرعت زاویه‌ای، مجموعهٔ چرخدندهٔ سیاره‌ای، سیستم غیرهولونومیک، کنترل خودکار، معادلات دیفرانسیل- جبری.

Dynamics Modeling and Analysis a New Mechanism for Automatic Control of Angular Velocity of a Rotary Axis

Kh. Faraji Mahyari	A. Jafari	S. S. Mohtasebi	A. Hajiahmad

Abstract *Actually a new mechanism presented for automatic control of angular velocity of a rotary axis is a complete power transmission system. This system can produce an almost constant output speed for different values of the angular velocity input, and can be employed as a suitable coupling between tractor P.T.O. shaft and agricultural machineries. This system is quite mechanical. In this study, equations of force, torque and power of the mechanism were extracted and mechanism performance were modeled. The equations of motion of mechanism are non-holonomic dynamical and differential algebraic equations with an index of three. Modeling results showed that changing the input velocity in the range of -30% to 50%, variations of output velocity would less than 10%.*

Key Words Angular Velocity, Planetary Gear Set, Nonholonomic System, Automatic Control, Differential-Algebric Equation.

★تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۱۱/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۳/٤/۲۳ می‌باشد.

(۱) کارشناس‌ارشد، مهندسی مکانیک ماشین‌های کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج.

(۲) نویسندهٔ مسئول، استاد، دانشکدهٔ مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج jafarya @ut.ac.ir

(۳) استاد، دانشکدهٔ مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج.

(٤) استادیار، دانشکدهٔ مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج.

مقدمه

در بسیاری از سامانه‌های مهندسی دوار، توان از یک ورودی با سرعت دورانی غیریکنواخت تأمین می‌شود. یکنواخت نبودن سرعت ورودی باعث ایجاد نوسان در خروجی سامانه می‌گردد. بدین ترتیب راندمان سیستم متغیر خواهد بود. در سیستم‌های دوار، توان سیستم دارای دو مؤلفهٔ سرعت دورانی و گشتاور می‌باشد و از حاصل‌ضرب آن دو تعیین می‌شود. معمولاً طراحی سیستم‌ها براساس میزان سرعت دورانی یا گشتاور مشخص صورت می‌گیرد. از این‌رو، راندمان بیشینه تنها در آن سرعت دورانی یا گشتاور خاص حاصل می‌گردد. به‌طور مثال، در توربین‌های بادی و آبی، سرعت دورانی ورودی به‌طور طبیعی غیریکنواخت می‌باشد. در بعضی سیستم‌ها نیز، که توان مورد نیاز خود را از یک منبع غیرطبیعی مانند موتورهای درون سوز دریافت می‌کنند، ثابت نگه‌داشتن سرعت دورانی محور ورودی به‌سادگی امکان‌پذیر نیست. در این میان، می‌توان به بسیاری از ماشین‌های کشاورزی هم اشاره کرد که توان مورد نیاز برای به حرکت در آوردن اجزای خود را از محور تواندهی (Power Take Off) تراکتور تأمین می‌کنند. محور تواندهی تراکتور واسطه‌ای است که حرکت دورانی را برای ادوات کشاورزی تأمین می‌نماید و سرعت دورانی آن براساس استاندارد ASABE S207.12 [1] می‌بایست ٥٤٠ و ١٠٠٠ دور در دقیقه، در دور مشخصهٔ موتور باشد. اگر دور موتور کمتر یا بیشتر از مقدار مشخصه باشد، سرعت دوران محور تواندهی نیز تغییر خواهد کرد. بالا یا پایین بودن سرعت زاویه‌ای محور تواندهی نسبت به مقدار استاندارد، می‌تواند موجب کاهش بازده ماشین شود، به قطعات متحرک آسیب برساند و یا مشکلاتی چون گیرکردن محصولات کشاورزی را پدید آورد [٢].

سیستم‌های کنترل، هم‌زمان با ابداع و اختراع سیستم‌های صنعتی همواره فکر بشر را به خود مشغول داشته است. این امر، به‌خصوص برای مواقعی که عمل کنترل بدون دخالت انسان مطرح بوده است، اهمیت ویژه‌ای می‌یابد. گاورنر (Fly-ball governor) مکانیکی اولین سیستم کنترلی خودکار است که در سال ١٧٩٠ به‌منظور کنترل سرعت دورانی موتور بخار توسط جیمز وات (James Watt) ارائه شد [3]. این سیستم مکانیکی، در طراحی مکانیزم کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای محورهای دوّار الهام‌بخش بوده است.

یک سیستم متعادل‌کنندهٔ سرعت زاویه‌ای وظیفه دارد در هر لحظه، نسبت سرعت ورودی به خروجی را به‌گونه‌ای تغییر دهد تا سرعت خروجی هم‌چنان ثابت بماند. جعبه‌دنده‌های سرعت متغیر پیوسته یکی از انواع سیستم‌های متعادل‌کنندهٔ سرعت زاویه‌ای می‌باشند. جعبه‌دنده‌های سرعت متغیر پیوسته نیز می‌توانند به‌منظور فراهم آوردن توان ورودی با یک سرعت ثابت برای ژنراتور، بین موتور و ژنراتور استفاده شوند به‌طوری که ژنراتور قدرتی در ولتاژ ثابت تولید کند [4, 5].

در سال ١٩٧٥ یک جعبه‌دندهٔ سرعت متغیر پیوستهٔ تمام چرخ‌دنده‌ای اختراع شد. در این جعبه‌دنده از مجموعه چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای استفاده شده بود [6]. از مزایای چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای این است که به علت ماهیت مکانیکی، توان انتقال قدرت آن بالا است و می تواند دامنه وسیعی از حرکات خروجی غیر یکنواخت را تولید نمایند [7]. از ویژگی‌های سیستم‌های دارای مجموعه چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای این است که بیش از یک درجه آزادی دارند و برای به‌دست آوردن خروجی قابل پیش‌بینی، می‌بایست درجات آزادی آن‌ها را با ورودی‌های معلوم کنترل نمود [8]. در کنترل، اگر درجات آزادی قابل کنترل مساوی با درجات آزادی سیستم باشد آنگاه سیستم هولونومیک است و اگر درجات آزادی قابل کنترل کمتر از درجات آزادی

سیستم باشد سیستم غیرهولونومیک خواهد بود. دیفرانسیل خودرو، که به‌واسطهٔ یک قید غیرهولونومیک، اختلاف سرعت زاویه‌ای بین دو واحد خروجی را کنترل می‌کند از این نوع می‌باشد [9].

در سال ۲۰۰۱، یک جعبه‌دندهٔ سرعت متغیر پیوسته ارائه شد که متشکل از یک مجموعه پولی دور متغیر متصل به یک مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای بود [10]. در سال بعد، یک جعبه‌دندهٔ سرعت متغیر پیوسته، متشکل از مجموعه چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای اول و دوم معرفی شد [11]. در سال ۲۰۱۰، یک مکانیزم ICT (Independently Controllable Transmission) برای توربین‌های بادی سرعت متغیر ارائه گردید [12]. این مکانیزم ترکیبی از دو مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای است و سرعت ثابتی به خروجی منتقل می‌کند و یک سروو موتور (Servo Motor) وظیفهٔ کنترل را به‌عهده دارد، به‌گونه‌ای که روتور دچار نوسان سرعت نشود.

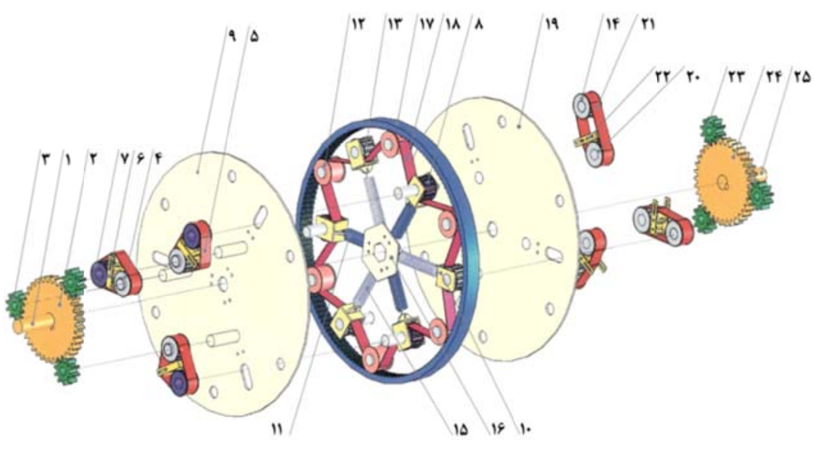
هدف از این پژوهش ارائه و مدل‌سازی دینامیکی یک سیستم انتقال توان با قابلیت کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای محورهای دوار می‌باشد که بتواند رابط مناسبی بین محور توان‌دهی تراکتور و ماشین‌های کشاورزی باشد. درنهایت تأثیر برخی پارامترهای مهم و مؤثر بر عملکرد این مکانیزم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ساختار مکانیزم کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای

این سیستم، که اساس کار آن رابطهٔ مستقیم میان نیروی جانب مرکز و سرعت زاویه‌ای می‌باشد ($F = mr\omega^2$)، با الهام از اولین سیستم کنترل دور (گاورنر) و با بهره‌گیری از مجموعه چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای طراحی شده است.

همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، این سیستم شامل دو مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای و دو مجموعه پولی‌های معلق سنگین و سبک می‌باشد. این مجموعه‌ها توسط تسمه با یکدیگر در ارتباط می‌باشند. درضمن، هر کدام از پولی‌های معلق، به‌واسطهٔ یک فنر به مرکز مکانیزم متصل شده‌اند که سبب شناور بودن پولی‌ها می‌گردد.

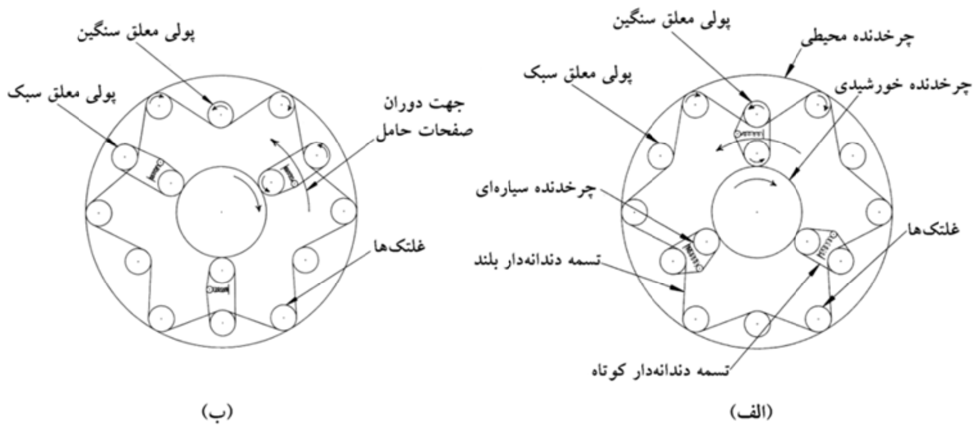
این دو مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای که به‌طور سری کنار هم در ورودی و خروجی سیستم قرار گرفته‌اند، دارای چرخ‌دندهٔ محیطی مشترک هستند. چرخ‌دندهٔ محیطی در جای خود ثابت نگه داشته شده است. در مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای اول، چرخ‌دندهٔ خورشیدی محرک است و صفحهٔ حامل را مجبور به دوران می‌نماید. اما در مجموعهٔ دوم، صفحهٔ حامل عامل محرک می‌باشد. در جدول (۱) شرح قطعات مربوط به شکل (۱) آورده شده است.



شکل ۱ نمای انفجاری و شمارهٔ قطعات دستگاه متعادل‌کنندهٔ سرعت زاویه‌ای محورهای دوار

جدول ۱ شماره و شرح قطعات سیستم کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای محورهای دوار مطابق با شکل (۱)

شماره	شرح قطعه	شماره	شرح قطعه
۱و۲	محور ورودی و چرخ‌دندهٔ خورشیدی در مجموعهٔ اول	۱۲	غلتک‌ها
۳و۲۳	چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای در مجموعهٔ اول و دوم	۱۳	پولی معلق سبک داخلی
٤	پولی هم‌محور چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای در مجموعه اول	١٤	پولی معلق سبک بیرونی
٥و۲۱	تسمه‌های دندانه‌دار کوتاه	۱۱و۱٥	فنرهای نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سنگین و سبک
٦و۲۲	تسمهٔ سفت‌کن	١٦	پایهٔ فنرها
۷	پولی معلق سنگین بیرونی	۱۷	چرخ‌دنده محیطی
۸	پولی معلق سنگین داخلی	۱۸	تسمهٔ دندانه‌دار بلند
۹و۱۹	صفحهٔ حامل	۲۰	پولی هم‌محور چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای در مجموعهٔ دوم
۱۰	پایه‌های پولی‌های معلق	۲٤و۲٥	محور خروجی و چرخ‌دندهٔ خورشیدی در مجموعهٔ دوم



شکل ۲ تصویر شماتیک (الف) مجموعهٔ چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای اول، (ب) مجموعهٔ چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای دوم

در شکل (۲) تصویر شماتیک مجموعه‌های چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای «مکانیزم متعادل‌کنندهٔ سرعت زاویه‌ای» نشان داده شده است. در این مکانیزم، چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای، پولی‌های معلق سنگین و سبک و غلتک‌ها علاوه بر حرکت وضعی دارای حرکت انتقالی نیز هستند. درضمن، محورهای ورودی و خروجی در یک جهت می‌چرخند.

هرچه سرعت دورانی محور ورودی بالاتر رود، سرعت دورانی چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای و به تبع آن سرعت دوران کل مجموعه (صفحات حامل) نیز بالاتر خواهد رفت و در نتیجه با توجه به شناور بودن پولی‌های معلق سنگین (قطعات شماره ۷ و ۸ در شکل ۱)، محور این پولی‌ها (با غلبه بر نیروی فنری که آنها را به سمت مرکز دوران می‌کشد) از مرکز دوران دورتر خواهد شد و پولی‌های معلق سبک (قطعات شماره ۱۳ و ١٤ در شکل ۱) تحت کشش فنر خود به محور دوران نزدیک‌تر خواهد گردید؛ بر عکس، با کاهش سرعت دورانی محور ورودی چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای و پولی‌های معلق سنگین حرکت وضعی کندتری خواهند داشت و صفحات حامل را با سرعت کمتری به دوران وادار خواهند کرد، در نتیجه با کاهش نیروی جانب مرکز، محور پولی‌های معلق سنگین تحت کشش فنر مربوطه به محور دوران نزدیک گشته و پولی‌های معلق سبک به کشش فنرهای خود غلبه می‌کنند و محورشان از محور دوران صفحات حامل دورتر می‌شود.

تحلیل دینامیکی مکانیزم کنترلی

به‌منظور تحلیل دینامیکی و استخراج معادلات حاکم، مکانیزم در چهار بخش اصلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. این چهار بخش عبارتند از مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای اول واقع شده در ورودی مکانیزم (قطعات شمارهٔ ۲، ۳ و ۹ در شکل ۱)، مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای دوم واقع شده در خروجی مکانیزم (قطعات شماره ۱۹، ۲۳ و ٢٤ در شکل ۱)، صفحات حامل و بخش میانی که در برگیرندهٔ مجموعه پولی‌های معلق، فنرهای نگهدارندهٔ آن‌ها و تسمهٔ بلند می‌باشد. برای انجام این محاسبات، به‌جای کلیهٔ چرخ‌دنده‌ها و پولی‌های دندانه‌دار، دایره‌هایی با قطری برابر قطر مؤثر این چرخ‌دنده‌ها و پولی‌ها در نظر گرفته شده است. هم‌چنین فرض شده است که هیچ‌یک از چرخ‌دنده‌ها، پولی‌ها و تسمه‌ها هنگام درگیری با یکدیگر، لغزش ندارند و از اتلاف انرژی در مکانیزم صرف‌نظر شده است. بدین ترتیب توان خروجی مکانیزم با توان ورودی آن برابر خواهد بود ($P_{in} = P_{out}$). به‌عبارت دیگر:

$$P_{Si} = P_{So} \qquad (۱)$$

مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای اول. یکی از روش‌های تحلیل دینامیکی مجموعه‌های چرخ‌دنده‌ای، روش سرعت نسبی است [8, 13]. این روش بر پایهٔ اصل ارزش انتقال بنا نهاده شده است. با استفاده از این اصل می‌توان ارتباط بین سرعت زاویه‌ای اجزای مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای را تعیین نمود [8]. این اصل چنین بیان می‌کند:

$$e = \pm \frac{\text{حاصلضرب شعاع چرخ‌دنده‌های محرک}}{\text{حاصلضرب شعاع چرخ‌دنده‌های متحرک}} = \frac{\omega_L - \omega_{arm}}{\omega_F - \omega_{arm}} \qquad (۲)$$

که در این رابطه e ارزش انتقال، ω_F سرعت زاویه‌ای اولین چرخ‌دنده، ω_L سرعت زاویه‌ای آخرین چرخ‌دنده و ω_{arm} سرعت زاویه‌ای بازو در مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای می‌باشد. با اتکا به این رابطه، ارتباط بین سرعت زاویه‌ای اجزای مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای اول به ترتیب زیرتعیین می‌شود:

$$\omega_{Pi} + \frac{r_{Si}}{r_{Pi}}\omega_{Si} - \left(1 + \frac{r_{Si}}{r_{Pi}}\right)\omega_{Ci} = 0 \qquad (۳)$$

این تنها رابطه‌ای است که می‌توان میان سرعت‌های زاویه‌ای این مجموعه بیان داشت. این مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای دارای سه مختصات عمومی و یک معادلهٔ قید است. پس، دارای دو درجه آزادی می‌باشد. هم‌چنین دارای یک درجه آزادی قابل کنترل (سرعت زاویه‌ای ورودی) است، از این رو غیرهولونومیک می‌باشد.

از آنجا که در تحلیل مکانیزم، حالت پایای آن در نظر گرفته شده است و در این وضعیت تغییرات سرعت لحظه‌ای کوچک می‌باشد؛ مجموع گشتاور اجزا در مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای برابر صفر خواهدبود، هم‌چنین مجموع توان‌ها نیز صفر می‌شود:

$$T_{Si} + T_{Pi} + T_{Ci} = 0 \qquad (٤)$$

$$P_{Si} + P_{Pi} + P_{Ci} = 0 \qquad (٥)$$

به‌عبارت دیگر:

$$T_{Si}\omega_{Si} + T_{Pi}\omega_{Pi} + T_{Ci}\omega_{Ci} = 0 \qquad (٦)$$

مجموعهٔ چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای دوم. با توجه به تقارنی که در طرح مکانیزم وجود دارد، معادلات نوشته شده برای مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای اول می‌توانند برای دومی نیز بازنویسی شود؛ بنابراین براساس روش

سرعت نسبی خواهیم داشت:

$$\omega_{Po} = \left(1 + \frac{r_{So}}{r_{Po}}\right)\omega_{Co} - \frac{r_{So}}{r_{Po}}\omega_{So} \qquad (۷)$$

و از آنجا که تنها تحلیل مکانیزم در حالت پایا مورد نظر بوده است، می‌توان چنین نوشت:

$$T_{So} + T_{Po} + T_{Co} = 0 \qquad (۸)$$

$$P_{So} + P_{Po} + P_{Co} = 0 \qquad (۹)$$

از رابطهٔ (۹) می‌توان نتیجه گرفت:

$$T_{So}\omega_{So} + T_{Po}\omega_{Po} + T_{Co}\omega_{Co} = 0 \qquad (۱۰)$$

البته این مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای دارای سه مختصات عمومی و یک معادلهٔ قید است. پس درجهٔ آزادی آن، دو می‌باشد. هم‌چنین دارای دو درجه آزادی قابل کنترل (سرعت زاویه‌ای صفحهٔ حامل و چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای) است و از این‌رو هولونومیک می‌باشد.

از سوی دیگر، به‌واسطهٔ غلتک‌ها، صفحهٔ حامل در این مجموعه با صفحه حامل مجموعه اول ارتباطی مستقیم دارد. از این‌رو:

$$\omega_{Ci} = \omega_{Co} \qquad (۱۱)$$

بخش میانی. این بخش شامل یک قید هولونومیک می‌باشد که توسط تسمهٔ بلند به‌وجود آمده است. این قید به‌صورت تابعی از فاصلهٔ پولی‌های معلق داخلی از محور مرکزی مکانیزم بیان می‌شود:

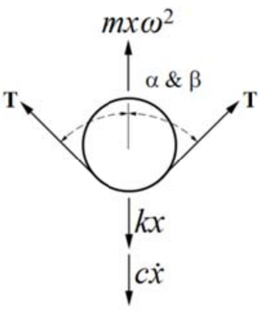
$$\sqrt{{x_1}^2 + R^2 - \sqrt{3}Rx_1} + \sqrt{{x_2}^2 + R^2 - \sqrt{3}Rx_2} - L_0 = 0 \qquad (۱۲)$$

در این رابطه L_0 برابر $\frac{1}{2}$ طول تسمهٔ بلند می‌باشد.

دیاگرام آزاد پولی‌های معلق داخلی نیز در شکل (۳) نشان داده شده است. بدین ترتیب براساس قانون دوم نیوتن ($\sum F = m\ddot{x}$)، خواهیم داشت:

$$\ddot{x}_1 - x_1{\omega_{Ci}}^2 - \frac{2\mathbf{T}}{m_1}\cos\alpha + \frac{c}{m_1}\dot{x}_1 + \frac{k_1}{m_1}(x_1 - d_1) = 0 \qquad (۱۳)$$

$$\ddot{x}_2 - x_2{\omega_{Co}}^2 - \frac{2\mathbf{T}}{m_2}\cos\beta + \frac{c}{m_2}\dot{x}_2 + \frac{k_2}{m_2}(x_2 - d_2) = 0 \qquad (۱٤)$$



شکل ۳ دیاگرام آزاد پولی‌های معلق

از طرف دیگر نیروی کشش داخلی تسمه با میانگین نیروهای طرف شل و سفت تسمه برابر است.

$$\mathbf{T} = \frac{F_1 + F_2}{2} \qquad (۱۵)$$

F_1 و F_2 به‌ترتیب نیروهای کششی طرف سفت و شل تسمهٔ بلند هستند، که تفاضل آن‌ها با گشتاور چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای مجموعهٔ اول و دوم متناسب می‌باشد و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_1 - F_2 = \frac{r_2}{r_1 r_3} T_{Pi} \qquad (۱٦)$$

$$F_2 - F_1 = \frac{r_5}{r_4 r_6} T_{Po} \quad (۱۷)$$

صفحات حامل. هر یک از اجزای سوار شده بر صفحهٔ حامل، گشتاوری به آن وارد می‌کنند. چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای در ورودی و خروجی مکانیزم و پولی‌های هم‌محور با آن‌ها، گشتاور T_{Ci} و T_{Co} را به‌ترتیب بر صفحه حامل اول و دوم اعمال می‌نمایند که پیش از این در روابط مربوط به مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای اول و دوم وارد شده‌اند. از طرف محور مشترک پولی‌های معلق سنگین داخلی و بیرونی، گشتاوری به صفحه حامل اول اعمال می‌شود. این گشتاور بر حسب نیروهای داخلی تسمهٔ بلند و فاصلهٔ پولی‌ها از مرکز مکانیزم قابل محاسبه می‌باشد.

$$T_{Li} = (F_1 - F_2) x_1 \sin\alpha \quad (۱۸)$$

گشتاور وارد از طرف محور مشترک پولی‌های معلق سبک داخلی و بیرونی به صفحهٔ حامل دوم نیز به‌طور مشابه محاسبه می‌شود.

$$T_{Lo} = (F_2 - F_1) x_2 \sin\beta \quad (۱۹)$$

تسمه سفت‌کن‌ها، که روی صفحات حامل قرار گرفته‌اند هم به این صفحه‌ها گشتاور وارد می‌کنند. تسمه سفت‌کن‌ها وظیفه دارند در هر شرایطی با ایجاد کشش در تسمهٔ کوتاه، امکان انتقال توان میان پولی هم‌محور با چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای و پولی‌های معلق بیرونی را فراهم نمایند. این گشتاور با برآیند نیروهای کششی داخلی تسمه کوتاه متناسب است.

تسمه سفت‌کن‌های روی صفحات حامل اول و دوم، به‌ترتیب نیروی کششی معادل $\frac{T_{Pi}}{r_1}$ و $\frac{T_{Po}}{r_6}$ را در تسمه‌های کوتاه به‌وجود می‌آورند. حاصل‌ضرب این نیرو در فاصلهٔ شعاعی تسمه سفت‌کن‌ها از محور مرکزی مکانیزم (x_{bi} و x_{bo})، گشتاور اعمال شده به صفحات حامل را به‌دست می‌دهد:

$$T_{bi} = \frac{T_{Pi}}{r_1} x_{bi} \quad (۲۰)$$

$$T_{bo} = \frac{T_{Po}}{r_6} x_{bo} \quad (۲۱)$$

غلتک‌ها نیز، که بین دو صفحهٔ حامل ارتباط برقرار می‌کنند تا صفحات حامل با سرعت زاویه‌ای یکسان بچرخند، به صفحات حامل گشتاور دیگری وارد می‌کنند. از این‌رو می‌توان نتیجه گرفت که T_{Ri} و T_{Ro} به‌ترتیب گشتاور وارد شده به صفحات حامل اول و دوم از سوی غلتک‌ها می‌باشند که با یکدیگر برابرند:

$$T_{Ri} = T_{Ro} \quad (۲۲)$$

در ضمن با توجه به این‌که مکانیزم در حالت پایا مورد بررسی قرار می‌گیرد و تغییرات سرعت لحظه‌ای در این حالت ناچیز است، مجموع گشتاورها روی صفحات حامل اول و دوم برابر با صفر خواهد بود.

$$T_{Ci} + T_{Li} + T_{bi} + T_{Ri} = 0 \quad (۲۳)$$

$$T_{Co} + T_{Lo} + T_{bo} + T_{Ro} = 0 \quad (۲٤)$$

نتایج مدل‌سازی

روابط (۱٤-۱۲) در کنار هم دستگاه معادلات دیفرانسیل- جبری را تشکیل می‌دهند که معرف قید هولونومیک در بخش میانی مکانیزم است. این دستگاه معادلاتی دارای اندیس سه می‌باشد. برای معادلات دیفرانسیل- جبری، کمترین دفعات مشتقی که باید از سیستم گرفته شود تا آنها به یک معادلهٔ دیفرانسیل معمولی تبدیل گردند را اندیس می‌گویند. این مجموعه معادلات در نرم‌افزار MATLAB 7.10.0 مدل‌سازی گردید. در این مدل‌سازی، $\dot{x}$ و $\ddot{x}$ ها برابر صفر در نظر

گرفته شد تا نتایج مربوط به حالت پایا حاصل گردد. هم‌چنین مجموعهٔ ۱۸ معادلهٔ (۲٤–۱۵ و ۱۱، ۱۰، ۸–٦، ٤، ۳، ۱) در کنار یکدیگر بیان‌کنندهٔ قید غیرهولونومیک در این مکانیزم پیچیده می‌باشند. این معادلات، یک دستگاه معادلات جبری غیرخطی می‌سازند. با حل این دستگاه، ۱۸ مجهول به‌کار رفته در این معادلات به‌دست می‌آید که سرعت خروجی مکانیزم را نیز شامل می‌شود. برای این منظور، از نرم‌افزار Maple 15.01 استفاده شد و مدل‌سازی پاسخ آن در نرم‌افزار MATLAB 7.10.0 انجام شده است.

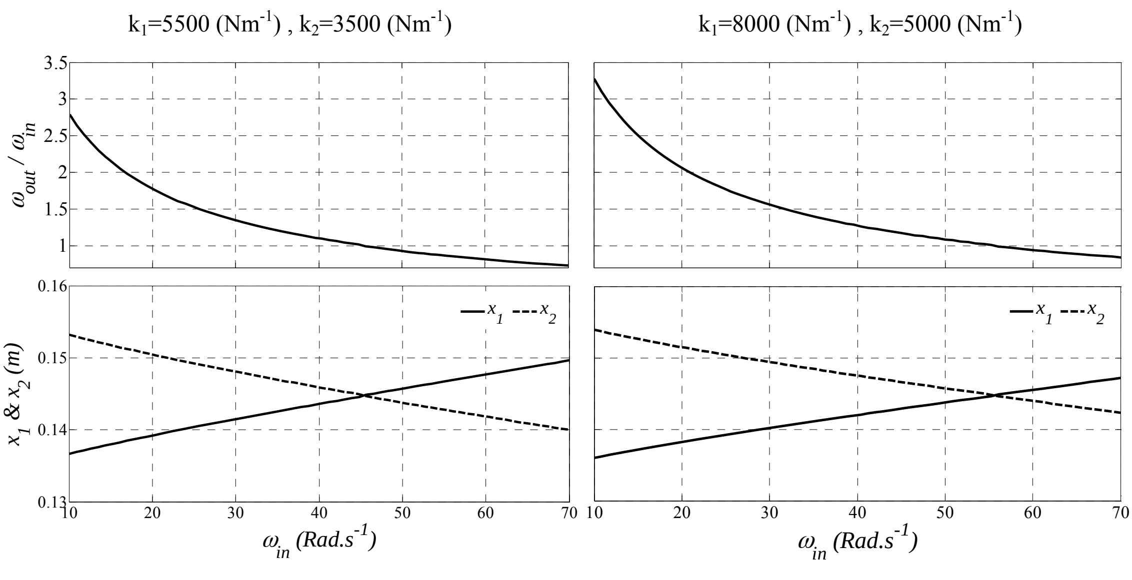
با ترکیب مدل قیدهای هولونومیک و غیرهولونومیک مکانیزم کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای می‌توان عملکرد مکانیزم و عکس‌العمل آن نسبت به تغییرات سرعت زاویه‌ای ورودی را پیش‌بینی نمود. به‌منظور کاهش خطا در این مدل از روش تکرار استفاده شده است.

هم‌چنین با در نظر گرفتن سرعت زاویه‌ای ٥٦ $Rads^{-1}$ (تقریباً ٥٤٠ دور در دقیقه) به‌عنوان سرعت زاویه‌ای مطلوب (سرعت زاویه‌ای ورودی به مکانیزم که در آن نسبت انتقال یک را ارائه می‌دهد) و با استفاده از روش سعی و خطا مقادیر بهینه برای پارامترهای طراحی این مکانیزم کنترلی استخراج گردید که در جدول (۲) آورده شده است. توان ورودی به مکانیزم ۳۰هزار وات (٤۰ اسب بخار) در نظر گرفته شده است.

به‌منظور بررسی اثر پارامترهای گوناگون از مقادیر جدول (۲) استفاده شده است.

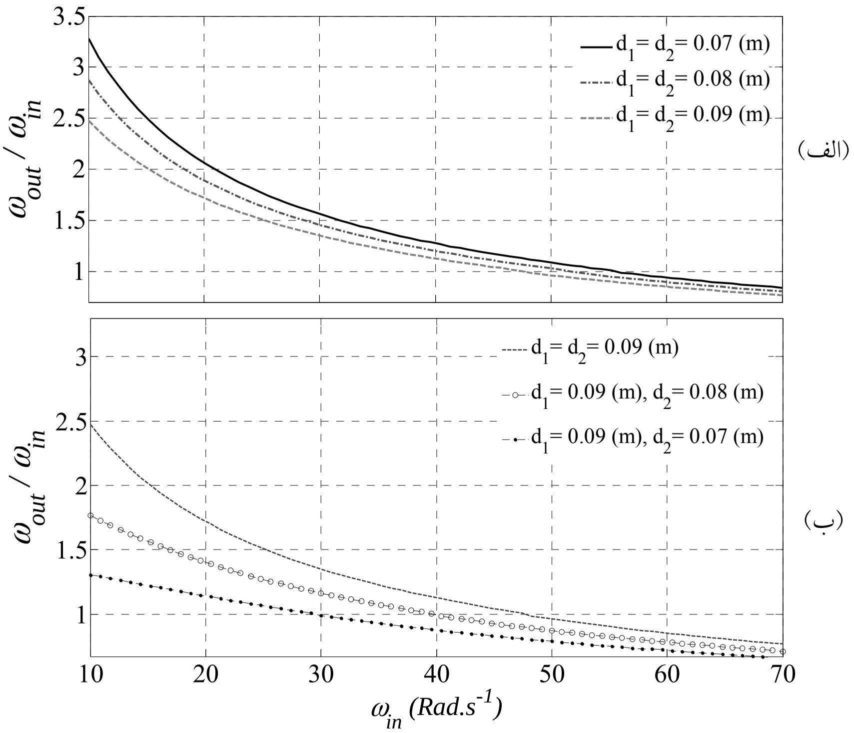
جدول ۲ مقادیر بهینهٔ عوامل طراحی مکانیزم برای سرعت زاویه‌ای مطلوب برابر با ($Rad.s^{-1}$) ٥٦

پارامتر طراحی	مقدار	واحد
r_{Si} & r_{So}	۰/۰٦	m
r_{Pi} & r_{Po}	۰/۰۱٥	m
r_1 & r_6	۰/۰۱٥	m
r_2 & r_3	۰/۰۱٥	m
r_4 & r_5	۰/۰۱٥	m
R	۰/۳	m
L_0	۰/۳۸	m
d_1	۰/۰۷	m
d_2	۰/۰۷	m
k_1	۸۰۰۰	Nm^{-1}
k_2	٥۰۰۰	Nm^{-1}
m_1	۰/۷	kg
m_2	۰/۲	kg



(الف)   (ب)

شکل ٤ تأثیر سختی فنرهای نگهدارنده بر دامنه عملکرد مکانیزم

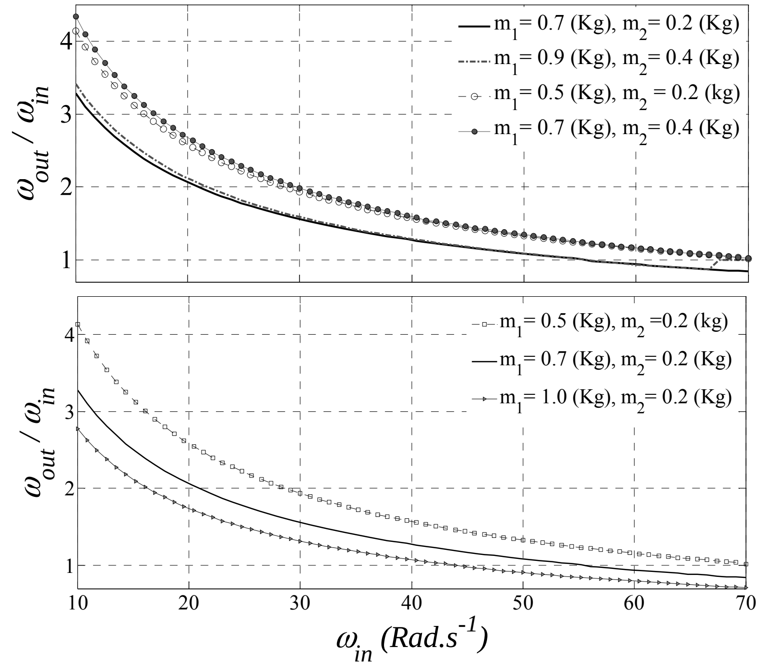


شکل ۵ تأثیر طول آزاد فنرهای نگهدارنده بر دامنهٔ عملکرد مکانیزم

همان‌طور که در شکل (٤) نشان داده شده است، بررسی اثر سختی فنرهای نگهدارنده بر عملکرد مکانیزم نشان می‌دهد که کاهش سختی فنرها سبب کاهش ارزش انتقال $\left(\frac{\omega_{out}}{\omega_{in}}\right)$ مکانیزم می‌شود. در ضمن مقدار سرعت زاویه‌ای مطلوب را به‌سمت مقادیر کوچک‌تر جابه‌جا می‌نماید. همین نتایج در مورد طول آزاد فنرها نیز به‌دست آمده است. به‌گونه‌ای که هر چه اختلاف طول آزاد فنرها بیشتر می‌شود اثر کاهندگی آن مشهودتر می‌باشد (شکل ۵). پرواضح است که در این مکانیزم فنرها همواره در حالت کشیده هستند و طول آزاد فنر نگهدارندهٔ پولی معلق سبک نمی‌تواند از طول آزاد فنر نگهدارندهٔ پولی سنگین بیشتر باشد.

نتایج مربوط به بررسی اثر جرم پولی‌های معلق در شکل (٦) نمایش داده شده است. با توجه به شکل (٦-الف)، در شرایط یکسان، چنانچه جرم‌ها به‌گونه‌ای انتخاب شوند که اختلاف آن دو ثابت باقی بماند مکانیزم عملکرد مشابه و بسیار نزدیک به هم خواهد داشت. در عین حال، با افزایش اختلاف جرم‌ها ارزش انتقال مکانیزم کاهش می‌یابد. هم‌چنین، مقدار سرعت زاویه‌ای مطلوب به‌سوی سرعت‌های پایین‌تر حرکت می‌کند (شکل ٦-ب).

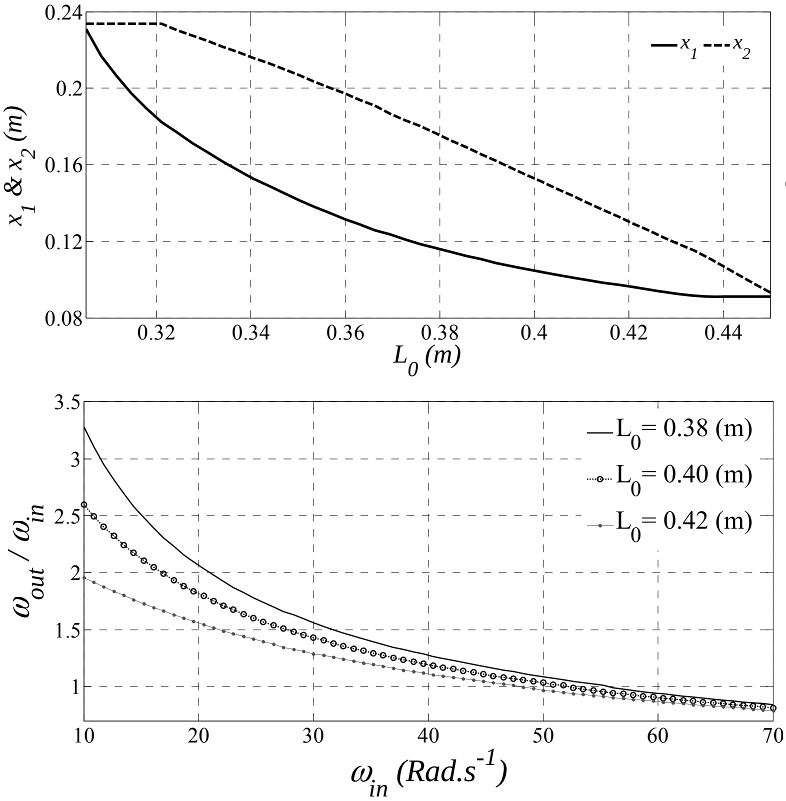
فاصلهٔ شعاعی پولی‌های معلق به‌واسطهٔ شیار تعبیه شده در صفحات حامل محدود می‌باشد. هنگامی که فاصلهٔ شعاعی هر دو پولی معلق، ماکزیمم مقدار ممکن خود باشند طول تسمه مینیمم مقدار خواهد بود و بالعکس. هم‌چنین مینیمم یا ماکزیمم بودن طول تسمه منجر به کاهش دامنهٔ تغییر فاصلهٔ شعاعی پولی‌های معلق می‌گردد (شکل ٧-الف). بنابراین، دامنهٔ مناسب برای انتخاب طول تسمهٔ بلند به‌مقدار متوسط و حد بالا و پایین آن محدود می‌شود. با توجه به شکل (٧-ب) با افزایش طول تسمه ارزش انتقال مکانیزم و مقدار سرعت زاویه‌ای مطلوب کاهش می‌یابند.



(الف)

(ب)

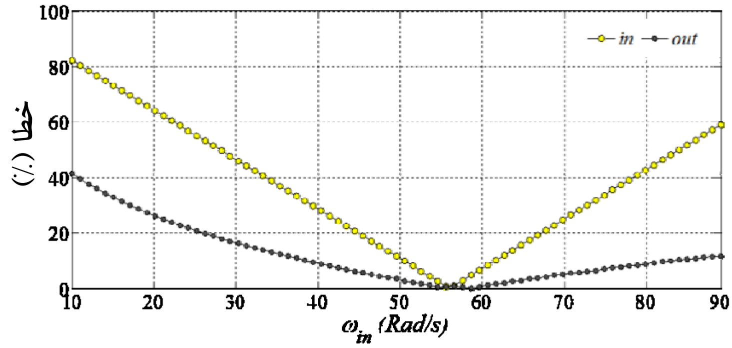
شکل ٦ تأثیر جرم پولی‌های معلق بر دامنه عملکرد مکانیزم



(الف)

(ب)

شکل ۷ تأثیر طول تسمهٔ بلند بر (الف) فاصلهٔ شعاعی پولی‌های معلق از محور مرکزی، (ب) دامنهٔ عملکرد مکانیزم



شکل ۸ نتایج مدل‌سازی و درصد خطای سرعت محورهای ورودی و خروجی

نتایج مدل‌سازی درصد خطای این سیستم براساس جدول (۲) به‌صورت شکل (۸) می‌باشد. همان‌طور که نشان داده شده است، در مکانیزم متعادل‌کننده سرعت زاویه‌ای محورهای دوار، میزان سرعت دوران محور خروجی نسبت به محور ورودی آن تا حد بسیار خوبی کنترل شده است که این کنترل در سرعت‌های ۳۸ تا ۸٤ رادیان بر ثانیه (۰/٦۸ تا ۱/۵ برابر سرعت زاویه مطلوب) بهتر صورت گرفته است و درصد خطای سرعت محور خروجی کمتر از ۱۰٪ می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، طرح یک مکانیزم جدید کنترل خودکار سرعت زاویه‌ای ارائه گردید، که در آن از ویژگی‌های منحصر به فرد مجموعه چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای بهره گرفته شده است. نوع قیدهای حاکم بر مکانیزم (هولونومیک یا غیرهولونومیک) از هم بازشناخته شد و هم‌چنین معادلات دینامیکی آن استخراج گردید. این معادلات از نوع دیفرانسیل- جبری با اندیس سه بوده است که مدل‌سازی آن‌ها انجام شد. نتایج مدل‌سازی نشان دادند که این مکانیزم، در سرعت‌های نزدیک به مقدار مطلوب، عملکرد خوبی دارد و قابلیت پیاده‌سازی در یک مکانیزم واقعی را دارا است.

فهرست علائم

c ضریب میرایی تسمهٔ بلند (Nsm^{-1})

d_1 طول آزاد فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سنگین (m)

d_2 طول آزاد فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سبک (m)

F_1 نیروی کششی طرف سفت در تسمهٔ بلند (N)

F_2 نیروی کششی طرف شل در تسمهٔ بلند (N)

k_1 سختی فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سنگین (Nm^{-1})

k_2 سختی فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سبک (Nm^{-1})

L_0 $\frac{۱}{٦}$ واحد طول تسمهٔ بلند (m)

m_1 جرم پولی‌های معلق سنگین (kg)

m_2 جرم پولی‌های معلق سبک (kg)

P توان (W)

r شعاع مؤثر چرخ‌دنده‌ها و پولی‌ها (m)

R شعاع مؤثر چرخ‌دندهٔ محیطی (m)

T نیروی کشش داخلی تسمهٔ بلند (N)

T گشتاور (Nm)

x_1 طول فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سنگین (m)

x_2 طول فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سبک (m)

علائم یونانی

α زاویهٔ بین تسمهٔ بلند و امتداد راستای فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سنگین (Rad)

β زاویهٔ بین تسمهٔ بلند و امتداد راستای فنر نگهدارندهٔ پولی‌های معلق سبک (Rad)

ω سرعت زاویه‌ای ($Rads^{-1}$)

زیرنویس‌ها

bi تسمهٔ سفت‌کن روی صفحهٔ حامل اول

bo تسمهٔ سفت‌کن روی صفحهٔ حامل دوم

Ci صفحهٔ حامل اول

Co صفحهٔ حامل دوم

Li محور مشترک پولی‌های معلق سنگین داخلی و بیرونی

Lo محور مشترک پولی‌های معلق سبک داخلی و بیرونی

Pi چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای در مجموعهٔ اول

Po چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای در مجموعهٔ دوم

R غلتک‌ها

Si چرخ‌دندهٔ خورشیدی در مجموعهٔ اول

So چرخ‌دندهٔ خورشیدی در مجموعهٔ دوم

1 پولی هم‌محور چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای در مجموعهٔ اول

2 پولی معلق سنگین بیرونی

3 پولی معلق سنگین داخلی

4 پولی معلق سبک داخلی

5 پولی معلق سبک بیرونی

6 پولی هم‌محور چرخ‌دندهٔ سیاره‌ای در مجموعهٔ دوم

مراجع

1. ASABE Standards, ASAE S207.12 MAR1994 (R2009): "Operating Requirements for Tractors and Power Take-Off Driven Implements", St. Joseph, MI: American Society of Agricultural and Biological Engineers, (2013).
2. بهروزی لار، منصور، «شناخت و کاربرد تراکتور»، انتشارات نشر آموزش کشاورزی، ص. ۱۲۳–۱۱۱، (۱۳۸٤).
3. Nise, N.S., "Control Systems Engineering", Sixth Edition, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., pp. 1-31, (2011).
4. Pfiffner, R. and Guzella, L., "Optimal operation of cvt-based powertrains", International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 11, pp. 1003–1021, (2001).
5. Aladagli, I., Hofman, T., Steinbuch, M. and Vroemen, B., "Modeling and Control of a Continuously Variable Transmission in a Constant Speed Power Take-Off Application", in The 12th International Conference on Control, Automation and Systems, Jeju Island, Korea, (2012).
6. Cook, J.F., "Continuously Variable Gear Ratio Automatic Transmission", US Patent No.3899941, (1975).
7. Hsieh, W.H., "Kinematic synthesis of cam-controlled planetary gear trains", Mechanism and Machine Theory, Vol. 44, pp. 873–895, (2009).
8. Norton, R.L., "Design of Machinery: an Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines", third Editon, New York: McGraw-Hill Companies, pp. 462-522, (2004).
9. Soltakhanov, Sh. Kh., Yushkov, M. P. and Zegzhda, S. A., "Mechanics of non-holonomic systems-A New Class of control systems", in: V.I. Babitsky, J. Wittenburg (Eds.), Foundations of Engineering Mechanics, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, pp. 25-75, (2009).
10. Mucino, V. H., Lu, Z., Smith, J. E., Kimcikiewicz, M. and Cowan, B., "Design of continuously variable power split transmission systems for automotive applications", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Vol. 215, No. 4, pp. 469-478, (2001).
11. Parrish, B.E., "Continuously variable transmission", US Patent No.6387004B1, (2002).

12. Hwang, G.S., Lin, J.C., Tsay, D.M., Kuang, J.H. and Chern, T.L., "An Innovative Transmission Mechanism Applicable to Variable Speed Wind Turbines", in The 10th International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'10), Granada, Spain, (2010).
13. Budynas–Nisbett, "Shigley's Mechanical Engineering Design", eighth Edition, United States of America: McGraw-Hill Companies, pp. 652-710, (2008).